# La Logique de Détermination d'Objets (LDO)

## Un nouveau système logique

A. C. Pascu [1] J-P. Desclés[2]

[1]Université de Brest, France

[2]Sorbonne Université

Logique en question/Logic in Question

# Table de matières


1. Résumé
2. Une logique en tant que système logique
3. La logique de la détermination d'objets (LDO)
    1. Description générale informelle de la LDO
    2. Description formelle de la LDO
4. Conclusions
5. Bibliographie

# Résumé

- Définir la LDO en tant que système logique.
- Présenter les particularités de la LDO par rapport à la logique classique en tant que système de logique-mathématique.
    - Une modèle mathématique de la partie structurelle de la LDO.
    - Une structure mathématique à ce modèle.

Le but de ce travail est une analyse du positionnement de la LDO dans le tableau des logiques modernes en tenant compte de paramètres épistemologiques.

# Une logique en tant que système logique

- Les notions fondamentales autours desquelles se construit une logique sont : **la pensée, le raisonnement, le language.**
- La logique mathématique est le sous-domaine de la logique qui représente une logique comme étant un système **système logique.**
- La logique mathématique décrit un système logique dans une forme mathématique i.e. en utilisant des notions mathématiques et leur symbolisme.
- On pourrait dire d'une manière quasi-métaphorique qu'un système logique est un **modèle mathématique** de ses éléments cognitives.

# Une logique en tant que système logique

Vu le fait que **le raisonnement** représente la caractéristique épistémologique principale d'un système logique, on postule qu'un système logique est composé de deux parties :

1. **Une partie structurelle** - Elle contient une description des primitives du système et leur composition pour obtenir des élément dérivés. La partie structurelle est instanciée dans les **règles de composition.**
2. **Une partie fonctionnelle** - Cette partie descrit le fonctionnement du raisonnement i.e. comment les éléments primitifs et dérivés s'enchainent dans un raisonnement. La partie fonctionnelle est instanciée dans les **règles d'inférence**.

Sur cette base on fera notre comparaison entre le Calcul du Premier Ordre (CPO) et la LDO.

# Une logique en tant que système logique

Un autre aspect qui caractérise un **système logique** est la **forme de présentation (le symbolisme et pas que le symbolisme)** Il y a deux formes de présentation :

- En tant que **langage syntaxe - sémantique** (la théorie des modèles)
- La **déduction naturelle** (lié à la théorie des preuves)

# Une logique en tant que système logique

Logic appears in a 'sacred' and in a 'profane' form; the sacred form is dominant in proof theory, the profane form in model theory. The phenomenon is not unfamiliar, one observes this dichotomy also in other areas, e.g. set theory and recursion theory. Some early "catastrophies," such as the discovery of the set theoretical paradoxes (Cantor, Russell), or the definability paradoxes (Richard, Berry), make us treat a subject for some time with the utmost awe and diffidence.

Dirk Van Dalen, Logic and structure, Forth Edition, Springer, 2008.
https://www.lri.fr/wolff/teach-material/2018-19/M2-CSMR/vanDalen.pdf

# Une logique en tant que système logique

La logique apparaît sous une forme "sacrée" et sous une forme "profane" ; la forme sacrée est dominante dans la théorie de la preuve, la forme profane dans la théorie des modèles. Le phénomène n'est pas inconnu, on observe cette dichotomie également dans d'autres domaines, par exemple la théorie des ensembles et la théorie de la récursivité. Certaines "catastrophes" précoces, comme la découverte des paradoxes de la théorie des ensembles (Cantor, Russell) ou des paradoxes de la définissabilité (Richard, Berry), nous font traiter un sujet pendant un certain temps avec la plus grande crainte et la plus grande méfiance.

Traduit avec www.DeepL.com/Translator (version gratuite)

# Une logique en tant que système logique

Pour la logique classique, on peut remarquer

- Théorie des modèles : Structure : théorie des ensembles. Fonctionnement : modus ponens et la règle de substitution.
- Déduction naturelle : Structure : les **règles d'introduction - élimination**. Fonctionnement : (La partie "purement fonctionnelle" c'est le modus ponens.

On peut donc, constater une "dissymétrie" entre structure-fonctionnement et syntaxe-sémantique, au sens que dans un formalisme symbolique purement abstrait, un langage contient un peu de "fonctionnement de la pensée", tandis que dans un symbolisme plus proche du raisonnement commun, le fonctionnement représente directement la pensée.

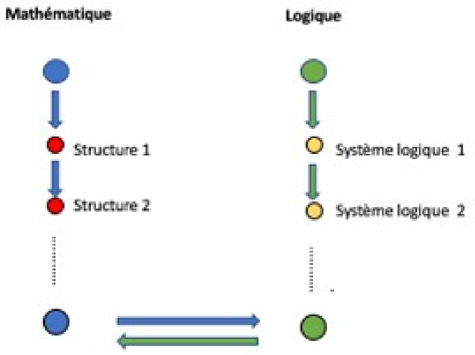


Figure: Mathématiques, logique mathématique

# La Logique de la Détermination d'Objets (LDO)

Cette étude est déterminé par le besoin de mettre en évidence les éléments suivants :

- Les nouvelles idées introduites par Jean-Pierre Desclés ([1],[2], [3], [4], [1],[2], [3]) dans un système de raisonnement, idées qui ont conduit à la LDO ;
- L'apport de la LDO par rapport à d'autres systèmes logiques à la modélisation du raisonnement :
  1. Objets -Concepts primitives
  2. Opérations de détermination
  3. Typicalité -Atypicalité
  4. Raisonnement sur des objets "contradictoires"
  5. Repousser les frontières de la logiques
- Insertion de la LDO et sa place dans la panoplie des logiques non-classiques apparues à partir des années '80.

# Description générale informelle de la LDO

Dans cette partie on décrira les particularités de calcul dans la LDO, par rapport au calcul dans la logique du premier ordre (calcul du premier ordre). Ces particularités sont des éléments nouveaux de raisonnement du point de vue épistémologique. Elles sont issues aussi d'une longue analyse menée par Jean-Pierre Desclés en sémantique du langage et des langues naturelles, en psychologie cognitive et en épistémologie.

# Description générale informelle de la LDO

En tant que système logique, la LDO a deux parties :

- La **partie structurelle** :
  - La partie structurelle de la LDO monte d'un niveau de détail dans sa construction de ses éléments primitifs, par rapport à la logique classique : les propositions ne sont plus des primitives dans LDO. Les entités primitives en LDO sont **les objets** et les **concepts**.
  - La partie struturelle de la LDO est décrite comme étant un système applicatif ([4]).
- La **partie inférentielle** :
  - La partie inférentielle de la LDO contient quelques règles spécifiques *les règles de typicalité*.

Une des différences entre la logique classique et la LDO porte sur la partie structurelle.

# Description formelle de la LDO

Quelques notations :

- $\mathcal{F}$ est l'espace de toutes les *propriétés conceptuelles* et $\mathcal{F}_f$ sa partie associée à la propriété f ;
- $\mathcal{O}$ est l'espace de tous les objets et $\mathcal{O}_f$ sa partie correspondant à l'objet $\tau f$.

Un concept, $\hat{f}$ est défini par le 5-uple :

$$\hat{f} = < f, Essf, Intf, \tau f, \to > \tag{1}$$

où

- AC1-$\mathcal{F}$. f est une propriété conceptuelle ;
- AC2-$\mathcal{F}$. Ess f, *l'essence du concept* $\hat{f}$ est l'ensemble de toutes les propriétés conceptuelles suffisantes pour définir le concept f ;
- AC3-$\mathcal{F}$. Int f, *l'intension* $\hat{f}$, est l'ensemble is des propriétés conceptuelles necessaires pour définir le concept f ;
- AC4-$\mathcal{F}$. $\tau$ f est un objet complétement indéterminé, le représentant en tant qu'objet du concept $\hat{f}$;
- AC5-$\mathcal{F}$. La relation d'héritage noté par $\to$; $f_{11} \to f$ signifie: la propriété f comprend (incorpore) la propriété $f_{11}$; globalement transitive.

# Description formelle de la LDO

- La relation d'héritage comme relation $\mathcal{F} \times \mathcal{F}$ est considérée transitive. Localement, la transitivité peut être cassée. C'est le cas des objets atypiques.
- La définition du concept exprimée par la relation 1 utilise que des ensembles et des relations.

# Description formelle de la LDO

Un objet est un élément de l'espace $\mathcal{O}$. Le sous-espace $\mathcal{O}_f$ de $\mathcal{O}$ est construit en conformité avec les axiomes suivants :

- AO1-$\mathcal{O}$.Tout objet associé à un concept $\hat{}f$ est construit à partir de l'objet $\tau f$; $\tau f$ est nommé *l'objet typique totalement indeterminé*,le représentant objectal du concept $\hat{}f$.
- AO2-$\mathcal{O}$. Le degré de *détermination* d'un objet est évalué par rapport à l'opération de détermination $\delta$ : $\mathcal{O}_f \times \mathcal{F}$ - $\mathcal{F}_f \to \mathcal{O}$ définie par : $((\delta\, \hat{}g)\ o_1) = o_2$ où $\hat{}g \notin \mathcal{F}_f$ ;
- AO3-$\mathcal{O}$. Du point de vue algébrique, l'opération de détermination est commutative et associative.

## Description formelle de la LDO

- AO4-$\mathcal{O}$. Du point de vue de l'opération de détermination, les objets sont de deux types : *objets plus ou moins déterminés* et *objet totalement déterminés*
- AO5-$\mathcal{O}$. In the set $\mathcal{O}_f$ , there are two subsets:
    - A5-$\mathcal{O}$-i. *L'étendue* des objets associés au concept $\hat{f}$, dénotée Etendue $\hat{f}$ – les objets plus ou moins déterminés associés à $\hat{f}$.
    - A5-$\mathcal{O}$-ii. *L' extension* de $\hat{f}$, dénotée par Ext $\hat{f}$ – les objets totalement déterminés associés à $\hat{f}$.
- AO6-$\mathcal{O}$. La chaine de déterminations de $\tau f$ à un objet $o$ est : $\Delta = \delta_{g1} \circ .......\circ \delta_{gn}$.
- AO7-$\mathcal{O}$. *La théorie de la typicalité.* Il y a des *objets typiques* ($\mathrm{Ext}_\tau$ - objets typiques totallement détermnés)et des *objets atypiques ($Ext_\alpha$ - objets atypiques totallement détermnés).*

# Description formelle de la LDO

Les axiomes faisant le lien entre les concepts et les objets :

- Ax1. Pour tout concept $\hat{}f$, il y a un objet $\tau f$ et cet objet est unique. Pour toute propriété f, il y a un opérateur $\delta$ :

$$(\forall\hat{}f) \in \mathcal{F}, \exists \tau f, \in \mathcal{O} \text{ et il est unic} (\forall f) \in \mathcal{F}, \exists \delta f. \tag{2}$$

- Ax2. $\tau f$ est un point fixe de $\delta$ f.

$$(\forall f) \in \mathcal{F}, (\delta f \ \tau f) = \tau f \tag{3}$$

- Ax3. Un objet qui tombe sous le concept $\hat{}f$ est un point fixe pur toutes les déterminations d'une propriété g de l'essence Ess f de $\hat{}f$.

$$\text{Si } (\forall f, g \in \mathcal{F}, (\forall o \in \mathcal{O}, (fo) = \top, g \in Essf, \text{alors } (\delta \ o) = o \tag{4}$$

# Description formelle de la LDO

Les axiomes faisant le lien entre les concepts et les objets :

- Ax4. L'idempotence de la détermination.

$$(\forall f \in \mathcal{F}), \delta f \circ \delta f = \delta f \tag{5}$$

- Ax5. L'associativité et la commutativité de la détermination.

$$(\forall f, g, h \in \mathcal{F}), (\delta h \circ \delta g) \circ \delta f = \delta h \circ (\delta g \circ \delta f); \delta f \circ \delta g = \delta g \circ \delta f \tag{6}$$

- Ax6. Il y a des objets dans l'extension de $\tau f$ :

$$\forall f \in \mathcal{F}, (\hat{f}\ \tau f) = \top, \text{ssi } Extf \neq \emptyset \tag{7}$$

Discussion sur la pertinence de cet axiome !

# La partie structurelle nominale de la LDO.

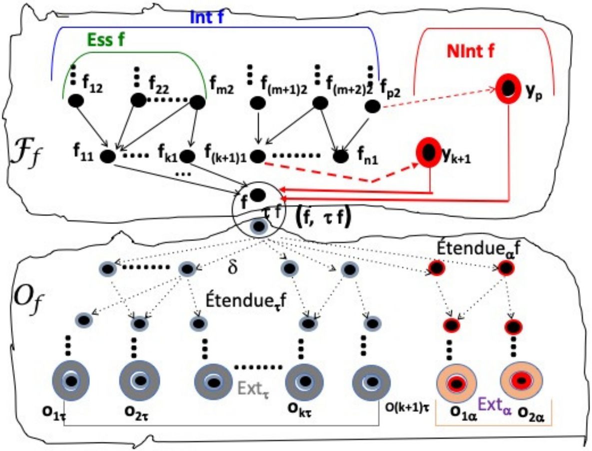


Figure: 1. Structure : propriétés nominale en LDO

# La partie structurelle verbale de la LDO.

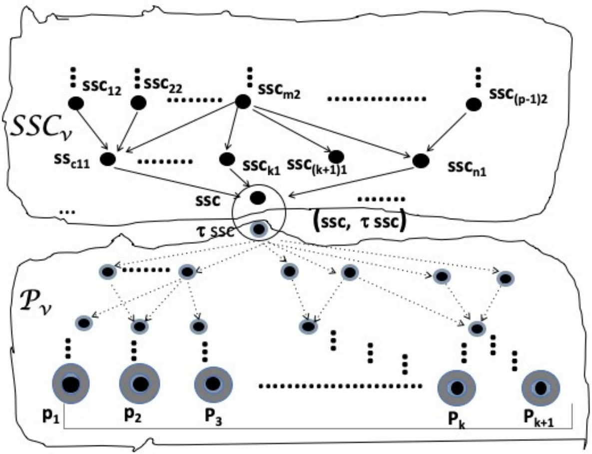


Figure: 2. Structure : propriétés verbale en LDO

# Une topologie sur $(\mathcal{F}_f, \mathcal{O}_f)$

**Important theorem**

La structure de la Figure 2. i.e. sur l'espace $(\mathcal{F}_f, \mathcal{O}_f)$ peut être définit par les topologies Tf et To suivantes :

- Tf $=$ Ess $\cup$ $\mathcal{P}$ (Int -NInt);
- To $= \mathcal{P}(\text{Etendue}_\tau) \cup \tau f$
- La "relation fonctionnele" $F_{topo}$ entre Tf et To définie par :
  - Si A $=$ Ess f, alors $F_{topo}(A) = \tau f$;
  - Si A $\in \mathcal{P}$(Int - NInt), alors $F_{topo}(A) = \mathcal{P}(\text{Etendue}_{\tau f})$ - Ext f;
  - Si A $= \mathcal{P}$(NInt), alors $F_{topo}(A) = \mathcal{P}(\text{Etendue}_{\alpha f}) \cup$ $\text{Ext}_\alpha$ f

Cette construction est en cours d'une investigation mathématique.

# La théorie des types

Les types sont définis par recursivité :

1. Types primitifs: Valeur de vérité: H; Type d'objet : J; Type d'ensemble: Ens
2. L'opérateur fonctionnel F est le type d'un opérateur qui appliqué à une entité $\alpha$ rends une entité de type $\beta$ : F$\alpha\beta$
3. Tout type est obtenu par 1. et/ou 2.

Une *formule* de la logique classique est une *proposition* of LDO. Les types des prédicats de i-arguments sont obtenu par récursivité.

# Types

| Notion | Type |
|---|---|
| **Primitive types** | |
| Object | J |
| Typical Object | $J_\tau$ |
| Set | Ens |
| Essence | Ens |
| Intension | Ens |
| Set of properties of atypicality, NInt | Ens |
| Typical Expance, $Exp_\tau$ | Ens |
| Typical Extension, $Ext_\tau$ | Ens |
| Proposition | H |
| **Composed Types** | |
| Concept | FJH |
| Concept Negation, $N_c$ | F(FJH)(FJH) |
| 1 arity Predicat, $P_1$ | FJH |
| Typical Object $\tau$ | F(FJH)J |

# Types

| | |
|---|---|
| Determination $\delta$ | F(FJH)(FJH) |
| Proposition | FP(FJH) ou H |
| i-arity Predicate, $P_i$ | FJ(FJ(FJ(.....(FJH))) |
| *Propositional Connectives* | |
| Conjunction $\wedge$ | FH(FHH) |
| Disjunction $\vee$ | FH(FHH) |
| Implication $\rightarrow$ | FH(FHH) |
| Propositional Negation $N_{Prop}$ | FHH |
| *1-arity Predicate Connectives* | |
| Conjunction $\wedge$ | FP(FPP) |
| Disjunction $\vee$ | FP(FPP) |
| Negation d'un prédicat $N_P$ | FPP |

# Types

| *Quantifier Types* | |
|---|---|
| Classical Universal Quantifier, $\Pi_1$ | $\mathsf{FJP}_{i-1}$ |
| Classical Existential Quantifier, $\Sigma_1$ | $\mathsf{FJP}_{i-1}$ |
| Restricted Universal Quantifier, $\Pi$ | F(FJH)(F(FJH)H) |
| Restricted Existential Quantifier, $\Sigma$ | F(FJH)(F(FJH)H) |
| Universal Star Quantifier $\Pi^*$ | $\mathsf{F(FJ_{\tau}}'')\mathsf{(F(FJ_{\tau}}'')\mathsf{H}$ |
| Existential Star Quantifier $\Sigma^*$ | $\mathsf{F(FJ_{\tau}}'')\mathsf{(F(FJ_{\tau}}'')\mathsf{H}$ |

# Schèmes applicatifs - Les règles de typicalité

Le schème élémentaire : " L'objet o tombe sous le concept $\hat{} f$".

$$\frac{\hat{}f : FJH \quad o : J}{(\hat{}f \; o) : H} \tag{8}$$

Ce schème signifie :

$$(\hat{}f \; o) = \top \tag{9}$$

$$(N(\hat{}f \; o)) \equiv [(\hat{}f \; o) = \bot] \tag{10}$$

La négation d'un concept. Règle d'introduction.

$$\frac{(N(\hat{}f \; o))}{((N_c\hat{}f) \; o)} \tag{11}$$

Règle d'élimination.

$$\frac{((N_c\hat{}f) \; o)}{(N(\hat{}f \; o))} \tag{12}$$

# Schèmes applicatifs - Les règles de typicalité

L'héritage d'une propriété de l'essence.

$$\frac{(\hat{f}\ o), g \in Essf}{(g\ o)} \tag{13}$$

L'héritage des objets typiques.

$$\frac{o \in Exp_{\tau} f, g \in Intf, N_c g \notin Intf}{(g\ o)} \tag{14}$$

Catégorisation d'un objet comme étant typique.

$$\frac{(\hat{f}\ o), g \in Intf, N_c g \notin Intf, (\hat{g}\ o)}{o \in Exp_{\tau} f, \exists \Delta, o = (\Delta\ \tau f)} \tag{15}$$

# Schèmes applicatifs - Les règles de typicalité

Categorization of an object as being atypical object.

$$\frac{(\hat{f}\ o), g \in Intf, N_c g \in NIntf, ((N_c\hat{g})\ o)}{o \in Exp_\alpha f, (N(\hat{g}\ o))} \tag{16}$$

L'héritage d'un objet atypique : (Il faut et il suffit que dans une chaîne de détermination, il existe une propriété g de NInt f).

$$\frac{o \in Exp_\alpha f}{\exists g, g \in N_c\hat{}\ f, (\hat{g}\ o)} \tag{17}$$

$$\frac{o \in Exp_\alpha f, \exists \Delta, \exists o_1, o_1 = \Delta o}{o_1 \in Exp_\alpha f} \tag{18}$$

Les règles 17 et 18 sont équivalentes.

# Le calcul propositionnel

- La ligne horizontale pour décrire les types n'a pas la même sémantique que celle pour décrire une règle d'introduction ou d'élimination. La première est une *composition structurelle-cs*,la dernière une *composition inférentielle-ci*.
- Dans la LDO, les connecteurs sont des opérateurs, en donnant aussi leur type.
- La structure syntaxique d'un connecteur est représentée par son *schéma applicatif*. Sa structure sémantique est représentée par *le couple (règle d'introduction, règle d'élimination)*.

*La conjonction $p \wedge q$.* Schéma applicatif.

$$\dfrac{\dfrac{\wedge : FH(FHH) \qquad p : H}{(\wedge p) : FHH} \qquad q : H}{((\wedge p)q) : H} \tag{19}$$

Les règles d'introduction-élimination. L'introduction de $\wedge$

$$\frac{p : H, q : H}{p \wedge q : H} \tag{20}$$

L'élimination de $\wedge$.

$$\frac{p \wedge q}{p} \tag{21}$$

$$\frac{p \wedge q}{q} \tag{22}$$

# Le calcul propositionnel - p, q

*L'implication* $p \longrightarrow q$. Schéma applicatif.

$$\frac{\dfrac{\longrightarrow : FH(FHH) \qquad p : H}{(\longrightarrow p) : FHH} \qquad q : H}{((\longrightarrow p)q) : H} \tag{23}$$

Les règles d'introduction-élimination.

L'introduction de $\longrightarrow$

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ \vdots \\ q \end{array}}{p \longrightarrow q} \tag{24}$$

L'éliminationn de $\longrightarrow$

$$\frac{p, p \rightarrow q}{q} \tag{25}$$

*La disjonction* $p \vee q$. . Schéma applicatif.

$$\cfrac{\cfrac{\vee : FH(FHH) \qquad p : H}{(\vee p) : FHH} \qquad q : H}{((\vee p)q) : H} \tag{26}$$

Les règles d'introduction-élimination. L'introduction de $\vee$.

$$\frac{p}{p \vee q}$$

$$\frac{q}{p \vee q}$$

L'éliminationn de $\vee$ (Table 2)

Table: L'éliminationn - $\vee$.

| | |
|---|---|
| $p \vee q$ | |
| p | p |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| | r |
| | $p \to r$ |
| q | q |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| | r |
| | $q \to r$ |
| r | |

*La négation Np.*

Applicative scheme.

$$\frac{N : FHH \qquad p : H}{Np : H} \tag{27}$$

Les règles d'introduction-élimination.

L'introduction de N

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ \perp \end{array}}{Np} \tag{28}$$

L'élimination de N

$$\begin{array}{c} Np \\ \perp \\ \dfrac{NNp}{p} \end{array} \tag{29}$$

*La conjonction de* $P_1$ *et* $Q_1$ - $P_1 \wedge Q_1$ Schéma applicatif.

$$\cfrac{\cfrac{\wedge : F(FJH)(FJH) \qquad P_1 : FJH}{(\wedge P_1) : FJH \qquad Q_1 : FJH}}{((\wedge P_1)Q_1) : FJH} \tag{30}$$

Les règles d'introduction-élimination.

L'introduction de $\wedge$.

$$\frac{P_1,\ Q_1}{P_1 \wedge Q_1} \tag{31}$$

L'élimination de $\wedge$.

$$\frac{P_1 \wedge Q_1}{P_1} \tag{32}$$

$$\frac{P_1 \wedge Q_1}{Q_1} \tag{33}$$

*L'implication* $P_1 \to Q_1$. (manger $\to$ avaler)
Schéma applicatif.

$$\cfrac{\cfrac{\wedge : F(FJH)(FJH) \qquad P_1 : FJH}{(\wedge P_1) : FJH \qquad Q_1 : FJH}}{((\wedge P_1)Q_1) : FJH} \tag{34}$$

Les règles d'introduction-élimination.
L' Introduction.de $\longrightarrow$

$$\cfrac{\begin{matrix} P_1 \\ \vdots \\ Q_1 \end{matrix}}{P_1 \longrightarrow Q} \tag{35}$$

L'éliminationn de $\longrightarrow$ .

$$\frac{P_1, P_1 \longrightarrow Q_1}{Q_1} \tag{36}$$

*La disjonction* $P_1 \vee Q_1$. Schéma applicatif.

$$\cfrac{\cfrac{\vee : FH(FHH) \qquad P_1 : H}{(\vee P_1) : FHH} \qquad Q_1 : H}{(\vee P_1)Q_1 : H} \tag{37}$$

Les règles d'introduction-élimination.
L'introduction de $\vee$.

$$\frac{p}{p \vee Q_1}$$

$$\frac{q}{p \vee Q_1}$$

L'éliminationn de $\vee$ (Table 2).

Table: L'éliminationn - $\vee$.

| | |
|---|---|
| $P_1 \vee Q_1$ | |
| $P_1$ | $P_1$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| | r |
| | $P_1 \longrightarrow R$ |
| $Q_1$ | $Q_1$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| | R |
| | $Q_1 \longrightarrow R$ |
| R | |

*La négation* $NP_1$. Schéma applicatif.

$$\frac{N : FHH \qquad P_1 : H}{NP_1 : H} \tag{38}$$

Les règles d'introduction-élimination.
L'introduction de N

$$\frac{\begin{array}{c} P_1 \\ \perp \end{array}}{NP_1} \tag{39}$$

L'élimination de N

$$\frac{\begin{array}{c} NP_1 \\ \perp \\ NNP_1 \end{array}}{P_1} \tag{40}$$

# Les quantificateurs de la logique classique

Le quantificateur universel classique $\Pi_1$
Schéma applicatif.

$$\frac{\Pi_1 : FJP_{i-1} \quad J : o}{(\Pi_1 \ o) : P_{i-1}} \tag{41}$$

L'introduction du $\Pi_1$ (Table 4).

Table: L'introduction du $\Pi_1$.

| | |
|---|---|
| o | |
| | (f o) |
| | $\vdots$ |
| $\Pi_1 f$ | |

L'iélimination du $\Pi_1$.

$$\frac{\Pi_1 f}{(f \ o)} \tag{42}$$

Le quantificateur existentiel classique $\Sigma_1$
Schéma applicatif.

$$\frac{\Sigma_1 : FJP_{i-1} \quad J : o}{(\Sigma_1\ o) : P_{i-1}} \tag{43}$$

L'introduction de $\Sigma_1$ (Table 5)

Table: L'introduction de $\Sigma_1$.

| | |
|---|---|
| $o_1$ | |
| | $(f\ o_1)$ |
| | $\vdots$ |
| $\Sigma_1 f$ | |

L'élimination - $\Sigma_1$

$$\frac{\Sigma_1 f, (f\ o_1) \vdash B}{B} \tag{44}$$

# Les quantificateurs restreints

Le quantificateur universel restreint $\Pi$
Schéma applicatif.

$$\frac{\dfrac{\Pi : F(FJH)(F(FJH)H) \quad f : FJH}{(\Pi\ f) : F(FJH)H} \quad g : FJH}{((\Pi f)g) : H} \tag{45}$$

L'introduction - $\Pi$ (Table 6)

Table: L'introduction de $\Pi$.

| | |
|---|---|
| $o_1$ | |
| | $(f\ o_1)$ |
| | $\vdots$ |
| | $(g\ \ o_1)$ |
| $\Pi fg$ | |

# Les quantificateurs restreints

L'élimination du Π

$$\frac{\Pi f g, (f \;\; o_1)}{(g \;\; o)} \tag{46}$$

## Les quantificateurs restreints

Le quantificateur existentiel restreint $\Sigma$
Schéma applicatif.

$$\frac{\dfrac{\Sigma : F(FJH)(F(FJH)H) \quad f : FJH}{(\Sigma\ f) : F(FJH)H \quad g : FJH}}{((\Sigma f)g) : H} \tag{47}$$

L'introduction de $\Sigma$

$$\frac{(f\ \ o_1), (g\ \ o_1)}{\Sigma fg} \tag{48}$$

L'élimination de $\Sigma$

$$\frac{\Sigma fg, (f\ \ o_1) \vdash B, (f\ \ o_1) \vdash B}{B} \tag{49}$$

Le quantificateur universel typique $\Pi^*$. *Tout f typique est g.*
Le schéma applicatif.

$$\cfrac{\cfrac{\Pi^* : F(FJ_\tau H)(F(FJ_\tau H)H) \quad f : FJ_\tau H}{(\Pi^* \ f) : F(FJ_\tau H)H \quad g : FJ_\tau H}}{H} \tag{50}$$

L'introduction - $\Pi^*$ (Table 7)

Table: L'introduction de $\Pi^*$.

| | |
|---|---|
| o $\in$ $\mathrm{Exp}_\tau$ | |
| | (f o) |
| | $\vdots$ |
| | (g o) |
| (g($\Pi^* f$)) | |

# Les quantificateurs star

L'élimination - $\Pi^*$

$$\frac{(g(\Pi^* f)), (f\ \ o)}{o \in Exp_\tau f, (g\ \ o)} \tag{51}$$

Le quantificateur existentiel typique $\Sigma^*$.*Il existe un f typique qui est g.* Ce quantificateur agit sur des objets typiques.
Le schéma applicatif.

$$\frac{\dfrac{\Sigma^* : F(FJ_\tau H)(F(FJ_\tau H)H) \quad f : FJ_\tau H}{(\Sigma^* \ f) : F(FJ_\tau H)H \quad g : FJ_\tau H}}{H} \tag{52}$$

L'introduction - $\Sigma^*$

$$\frac{(f \ o_1), (g \ o_1), o_1 \in Ext_\tau f}{(g(\Sigma^* f))} \tag{53}$$

L'élimination - $\Sigma^*$

$$\frac{(g(\Sigma^* f)), o_1 \in Ext_\tau f, (f \ o_1) \vdash B, (g \ o_1) \vdash B}{B} \tag{54}$$

# Le cube des quantificateurs

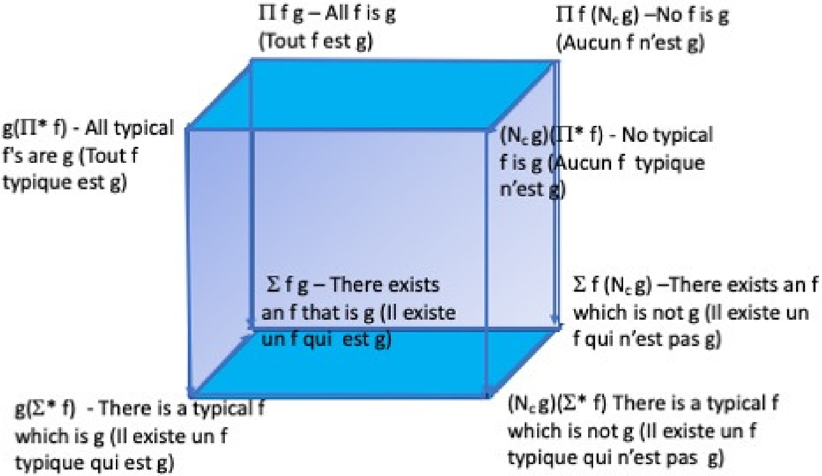


Figure: Les quantificateurs classiques et star.

# Conclusions

En partant des hypothèses globales suivantes :

- Le language structure le raisonnement au sens que le language transfère des éléments primitifs structurés par lui au raisonnement.
- Le raisonnement, à son tour, structure le langage par ses représentations lexicales, syntaxiques ou sémantiques.
- Il y a dans le langage une partie de raisonnement et dans le raisonnement une partie de langage qui ont une dépendance réciproque et qui forme une sorte de noyau dur.

et des motivation suivantes :

- L'inspiration de la LDO (Jean-Pierre Desclés) : linguistique, modélisation mathématique, épistémologie, philosophie du langage.
- "Repousser les frontières" de la logique.

on peut formuler les conclusions :

# Conclusions

1. Ce travail propose une description de la LDO en tant que **système logique-mathématique.**
   1. On considère les deux grandes forme de la présentation d'un système logique : la théorie des modèles et la déduction naturelle
   2. On introduit **partie structurelle-partie fonctionnelle** d'un système logique
2. Le modèle mathématique de la partie structuralle contient : 'opposition propriété nominale propriété verbale des langues indo-européennes est prise en compte.
3. La partie structurelle de LDO est représentée par *concept-objet* ($\mathcal{C}$). Les concepts génèrent un $\tau f$ caractérisant le nominal. La "partie verbale" n'est pas encore développée. Peut-on définir un $\tau$ verbal ?
4. Le principal apport de la LDO à la logique vient par le biais de son inspiration linguistique.

# Conclusions

Problèmes ouverts :

- A étudier la différences **propriété conceptuelle nominale** et **propriété conceptuelle verbale (SSC)** .
- À explorer du point de vue mathématique des structures du type des structures des Figures 1 et 2. (Topologie, treillis........)
- Question : À quoi sert la définition des primitives par des structures mathématiques de plus en plus complexes ? Réponse possible : raisons calculatoires.
- Le rôle d'une théorie des types; avoir plusieurs théorie des types.

# Conclusions

- Contributions à la dimension cognitive :
  - Des nouvelles primitifs plus fondamentales que celles de la logique classique - objets / concepts.
  - Un statut et organisation mathématique de ces primitives.
  - La théorie de la typicalité.
- Une contribution à la dimension calculatoire de la logique
  - Sur l'apport cognitif et calculatoire (computational) (Une possible implementation dans les ontologies).

# Bibliographie


- Desclés J-P, L'implication entre concepts:la notion de typicalité. In: Travaux de Linguistique et de Littérature, 24 (1), 179–120 (1986)
- Desclés J-P, Réseaux sémantiques: la nature logique et linguistique des rélateurs, In: Languages, (1987)
- Desclés J-P, Approximation et typicalité - L'à-peu-près, In: Aspects anciens et modernes de l'approximation, Editions de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Paris, 183–195 (1988)
- Desclés J-P, Kanellos Y, La notion de typicalité: une approche formelle, In:D. Dubois, 225–244 (1991)


1

# Bibliographie


- Desclés J-P, Pascu A , Logic of Determination of Objects :The Meaning of Variable in Quantification, International Journal on Artificial Intelligence Tools, 15 (6), 1041–1052 (2006)
- Desclés J-P, Pascu A ,Logic of Determination of Objects (LDO): How to Articulate "Extension" with "Intension" and "Objects" with "Concepts", Logica Universalis, Springer, 5 (1), 75 - 95 (2011)
- Pascu A, Logique de Détermination d'Objets : concepts de base et mathématisation en vue d'une modélisation objet, PhD thesis, Université de Paris-Sorbonne, (2001)
- Pascu A, Desclés J-P, Attribute-Value Formalization in the Framework of the Logic of Determination of Objects, In: Proceedings of the Twenty First International FLAIRS Conference, Florida, 506–512 (2008)
- Pascu A, Les objets dans la représentation des connaissances-Application aux processus de catégorisation en

# Bibliographie


- Desclés J-P, Dialogue sur la typicalité, In Modèles et concepts pour la science cognitive, hommage à Jean-François Le Ny, (ed. M. Denis, G. Sabah), Presses de l'Université de Grenoble, 139–163 (1993)
- Desclés J-P, Categorization: Logical Approach of Cognitive Problem, Journal of Cognitive Science,3 (2), 85–137 (2002)
- Desclés J-P, Une analyse non frégéenne de la quantification, In: P. JORAY, La quantification dans la logique moderne, 263–312. L'Harmattan, Paris, (2005)
- Curry H. B., Feys R., Combinatory Logic I, North Holland, 1958.
- Curry H. B., Feys R., Combinatory Logic II, North Holland, 1972


3

# Bibliographie


- Van Dalen D, Logic and Structure, Forth Edition, Springer, 2008
- Andréka H, Gyenis Z, Németi I, Sain I, Universal Algebraic Logic - Dedicated to the Unity of Science, Birkhäuser, (2022) https://cassyni.com/events/AazPRG3qS44U5gJP2b9cdj?utm_campaign=event-reminder&utm_medium=email
- Frege G, The Basic Laws of Arithmetic, exposition of the system, translated and edited, with an introduction, by Montgomery Furth, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, (1967 (1893))
- Desclés J-P, Relations casuelles et schèmes sémantico-cognitifs, Langages, 113-125, (1994)


4

# Bibliographie


Desclés J-P, Guentchèva Z, La polysémie verbale appréhendée par une sémantique cognitive et formelle, Congrès Mondial de Linguistique Française - CMLF, https://www.shs-conferences.org/articles/shsconf/pdf/2018/07/shsconf_cmlf2018_12005.pdf (2018)

Desclés, J-P., Pascu, A-C Quasi-Topological Structure of Extensions Within Logic of Typicals and Atypicals (LTA). In: Béziau, JY., Desclés, JP., Moktefi, A., Pascu, A.C. (eds) Logic in Question. Studies in Universal Logic. Birkhäuser, (2022)

Desclés J-P, Pascu A-C, Biscri I, The Place of Quasi Topological Structure in the Mathematical Theory of Categorization, Quasi Topological Structure and Soft Sets, Proceedings of FLAIRS-35 Conference, https://journals.flvc.org/FLAIRS/article/view/130696/133906, (2022)


5