



HAL
open science

Performance des systèmes MIMO précodés 2D dans un canal de Rayleigh

Jonathan Letessier, Philippe Rostaing, Gilles Burel

► **To cite this version:**

Jonathan Letessier, Philippe Rostaing, Gilles Burel. Performance des systèmes MIMO précodés 2D dans un canal de Rayleigh. International Symposium On Image/Video Communications over Fixed and Mobile Networks (ISIVC 04), Jul 2004, Brest, France. hal-03223371

HAL Id: hal-03223371

<https://hal.univ-brest.fr/hal-03223371v1>

Submitted on 19 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

Performances des Systèmes MIMO précodés 2D dans un canal de Rayleigh

Jonathan LETESSIER, Philippe ROSTAING et Gilles BUREL

LEST-UMR CNRS 6165, 6 Av. Le Gorgeu, CS 93837, 29238 Brest Cedex 3 - FRANCE
Jonathan.Letessier@univ-brest.fr http://www.univ-brest.fr/lest/tst

Résumé— Cet article présente les performances, en terme de probabilité d'erreur symbole (PES) dans un canal de Rayleigh, des systèmes *multiple-input multiple-output* (MIMO) à 2 dimensions (2D) utilisant un précodage. On s'intéresse aux précodeurs et décodeurs basés sur les critères de l'erreur quadratique moyenne minimum, la qualité de service et l'erreur égale. Ces solutions ont pour propriété intéressante de transformer le système MIMO en un ensemble de sous-canaux parallèles SISO, indépendants où l'allocation de puissance se répartit suivant les sous-canaux correspondant aux modes propres de la matrice du canal. L'exploitation de cette représentation équivalente ainsi que la connaissance de la loi conjointe des valeurs singulières de la matrice du canal permet de déterminer facilement dans le cas 2D les PES de ces systèmes par intégration numérique dans un canal de Rayleigh. Les comparaisons en terme de PES sont ensuite présentées illustrant l'intérêt pratique de cette étude.

I. INTRODUCTION

Les systèmes *multiple-input multiple-output* (MIMO) sont connus pour exploiter pleinement la dimension spatiale d'un canal riche en diffuseurs. Ils permettent à la fois de lutter efficacement contre les évanouissements du canal et d'atteindre de très hautes efficacités spectrales [1][2].

Les applications autorisant la mise en place d'un retour d'information du récepteur à l'émetteur permettent de renvoyer l'état du canal (*Channel State Information* (CSI)¹). Il est alors possible d'exploiter pleinement cette information afin d'optimiser globalement la transmission en anticipant l'effet du canal [5]. Cette optimisation se fait par l'intermédiaire d'un précodeur à l'émission et d'un décodeur à la réception via des transformations le plus souvent linéaires. Ceci apporte aux systèmes MIMO un degré de liberté supplémentaire en y choisissant une stratégie d'optimisation. Par exemple, il est possible *i*) de maximiser la capacité théorique maximale du canal (solution *Water Filling* (WF)), *ii*) de garantir des rapports signal-sur-bruit (RSB) équivalents sur chaque voie de données (solution *erreur-égale* (EE)), *iii*) de garantir une qualité de service (QoS) sur chaque voie ou bien *iv*) de minimiser l'erreur quadratique moyenne (EQMM) entre les symboles émis et les symboles reçus à l'issue du décodeur.

Toutes ces solutions ont pour conséquence la transformation du canal MIMO en un ensemble de sous-canaux parallèles SISO (*Single Input Single Output*) et indépendants. Les solutions ne diffèrent que par leur stratégie d'allocation de puissance suivant les « modes » propres du canal (valeurs singulières de la matrice canal). Dans [4] nous avons proposé la répartition optimale de puissance suivant le critère de la minimisation de la probabilité d'erreur.

L'obtention de courbes de probabilité d'erreur symbole (PES) pour des systèmes MIMO, et de plus précodés (traitement supplémentaire dû au calcul de coefficients du précodeur), nécessite de longues simulations. Il est alors difficile de comparer rapidement les performances lorsque l'on change le nombre d'antennes ou que l'on modifie le type de modulation. Dans la littérature sur les systèmes MIMO, on ne

trouve pas, à notre connaissance, d'études sur les performances des systèmes précodés dans un canal de Rayleigh. Cela peut s'expliquer par d'inextricables calculs pour exprimer explicitement la statistique du "canal global" qui est composé du précodeur, du canal et du décodeur². On se propose ici de contourner cette difficulté en donnant les étapes pour le calcul des PES et de résoudre numériquement ce calcul.

Dans la représentation équivalente en modes propres du canal, les coefficients des précodeurs sont obtenus grâce aux valeurs singulières de la matrice du canal. Ainsi, en exprimant la densité de probabilité conjointe des valeurs singulières qui influent sur le calcul du précodeur, il est possible de calculer la PES des systèmes EQMM, EE et QoS. En se restreignant aux systèmes MIMO à 2 dimensions, le calcul de la PES par intégration numérique est très rapide et permet alors de tracer en quelques secondes des courbes de PES.

Cet article se décompose comme suit : la section suivante décrit le modèle équivalent des systèmes MIMO avec matrices de précodage et décodage optimisées suivant les critères EQMM, QoS et EE. Les différentes stratégies d'allocation de puissance de ces solutions sont décrites dans la section III afin de déterminer les PES de ces systèmes (section IV). La section V permet de valider nos résultats par la simulation et de faire des comparaisons pour finalement conclure en section VI.

II. SYSTÈMES MIMO PRÉCODÉS

A. Modélisation

La Fig. 1 montre le principe d'une transmission MIMO incluant un précodeur et un décodeur avec n_T antennes d'émission, n_R antennes de réception et b voies de données (nombre de symboles que l'on transmet simultanément, avec $b \leq \min(n_T, n_R)$). Un vecteur de symboles s ($b \times 1$) est démultiplexé sur b voies parallèles (s_1, s_2, \dots, s_b) et précodé par l'intermédiaire de la matrice F ($n_T \times b$) avant d'être transmis dans un canal riche en échos. En supposant un canal à évanouissements plats dans la bande de fréquence utilisée, une répartition uniforme du filtre de Nyquist entre l'émetteur et le récepteur, une synchronisation et un échantillonnage parfaits, on obtient les symboles r_1, r_2, \dots, r_{n_R} sur les antennes de réception. Après la matrice de décodage G ($b \times n_R$), les symboles sont détectés et multiplexés. Nous pouvons modéliser cette chaîne par :

$$y = GHFs + Gv \quad (1)$$

où $H = [h_{ij}]$ ($n_R \times n_T$) est la matrice canal caractérisant les gains complexes h_{ij} pour chaque paire (émetteur j -récepteur i) et v ($b \times 1$) est le vecteur bruit additif, complexe gaussien à moyenne nulle et de matrice de covariance ³ $E[vv^*] = R$. Les symboles sont supposés

²Le précodeur et le décodeur sont aussi dépendants du canal.

³Le symbole * correspond à la transposée conjuguée de la matrice ou du vecteur

¹On parle ici plus précisément de la condition *full-CSI* qui nécessite la connaissance de la matrice du canal à l'émission et à la réception.

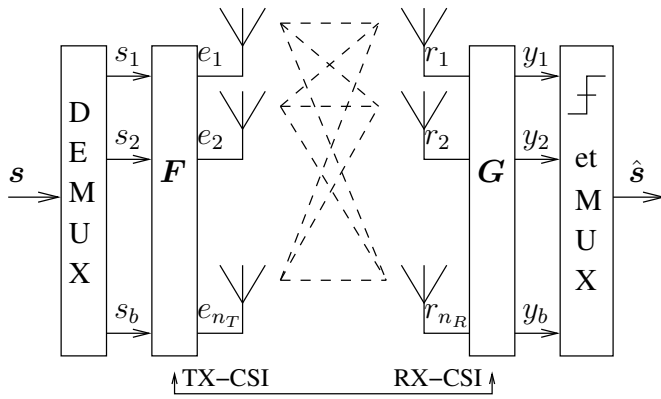


Fig. 1. Représentation d'un système MIMO avec précodeur et décodeur

décorrélés tels que $E[ss^*] = \mathbf{I}_b$ et la puissance totale p_0 transmise est contrôlée par la contrainte de puissance

$$\text{trace}(\mathbf{F}\mathbf{F}^*) = p_0 \quad (2)$$

L'optimisation générale de (1) suivant les critères WF, EQMM, EE, QdS a pour effet de diagonaliser le canal [5][6] (les matrices \mathbf{F} et \mathbf{G} ainsi obtenues vérifient que $\mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}$ est une matrice diagonale). Le système MIMO ainsi optimisé est équivalent à b voies SISO parallèles et indépendantes tel que :

$$y_i = g_i \sqrt{\lambda_i} f_i s_i + g_i n_i \quad (3)$$

Les λ_i sont les b plus importantes valeurs propres rangées par ordre décroissant de la matrice $\mathbf{H}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ [6, eq.(19)]. Les n_i sont des variables aléatoires i.i.d. complexes gaussiennes de moyenne nulle et de variance unité. Les valeurs de $f_i = \sqrt{p_i}$ correspondent à la répartition optimale, suivant le critère considéré, de l'allocation de puissance entre les voies ($\sum_{i=1}^b p_i = p_0$) et sont données dans la section III. Les coefficients g_i , n'ayant aucune influence sur les performances du système, ne sont pas donnés ici et peuvent être pris égaux à 1.

B. Représentation diagonale

La matrice $\mathbf{H}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ est fondamentale dans l'étude des performances ou de la capacité théorique des systèmes MIMO [7]; ses valeurs propres sont les RSB sur chacun des modes propres du canal MIMO. Elle peut s'exprimer comme $\mathbf{H}_{v1}^* \mathbf{H}_{v1}$ avec \mathbf{H}_{v1} matrice du canal "effectif" après le blanchiment du bruit (cf Fig.2). En effet, en prenant $\mathbf{G}_1 = \Lambda^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Q}^*$ (en considérant la décomposition $\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^*$), le canal "effectif" s'écrit $\mathbf{H}_{v1} = \mathbf{G}_1 \mathbf{H}$ et la matrice de covariance de bruit devient alors $\mathbf{R}_{v1} = \mathbf{G}_1 \mathbf{R} \mathbf{G}_1^* = \mathbf{I}_{n_R}$.

Les matrices \mathbf{F} et \mathbf{G} peuvent se déterminer directement à partir de la représentation diagonale du système MIMO : dans un premier temps, on diagonalise la matrice \mathbf{H}_{v1} et dans un deuxième temps on détermine le précodeur suivant un critère d'optimisation sous la contrainte de puissance. La diagonalisation s'obtient à l'aide de la décomposition en valeurs singulières : $\mathbf{H}_{v1} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^*$. On obtient alors les matrices \mathbf{F} et \mathbf{G} en utilisant les décompositions suivantes (cf. Fig.2) : $\mathbf{F} = \mathbf{F}_d \mathbf{F}_3 \mathbf{F}_2$ et $\mathbf{G} = \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1$ avec \mathbf{F}_d la matrice à optimiser, avec $\mathbf{F}_2 = \mathbf{B}$ et $\mathbf{G}_2 = \mathbf{A}^*$ pour diagonaliser, et avec \mathbf{F}_3 et \mathbf{G}_3 les matrices de réduction pour ne garder que les b plus importantes valeurs⁴ σ_i de $\mathbf{\Sigma}$ (soit $\mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_b \\ \mathbf{0}_{(n_T-b) \times b} \end{bmatrix}$ et $\mathbf{G}_3 = [\mathbf{I}_b \mathbf{0}_{b \times (n_R-b)}]$). Si l'on se restreint à une matrice \mathbf{F}_d

⁴rangées par ordre décroissant

diagonale ($\mathbf{F}_d = \text{diag}\{f_i\}_{i=1}^b$), le schéma de la Fig. 2 correspond à (3) avec $\sqrt{\lambda_i} = \sigma_i$ et $g_i = 1$.

Cette décomposition fait apparaître les modes de propagation principaux du canal par l'intermédiaire des valeurs singulières et nous permet d'évaluer théoriquement les PES de ces systèmes. Nous présentons maintenant la répartition de puissance optimale (matrice $\mathbf{F}_d = \text{diag}\{f_i\}$ avec $\text{trace}(\mathbf{F}_d \mathbf{F}_d) = p_0$) suivant les critères considérés.

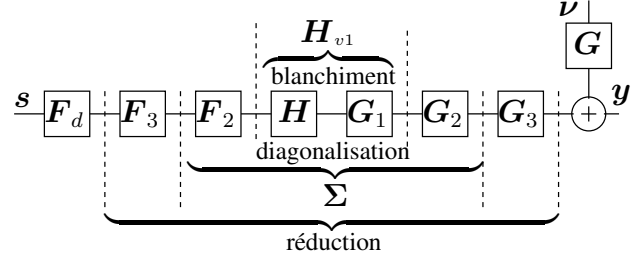


Fig. 2. Système MIMO équivalent obtenu par diagonalisation

III. DESCRIPTION DES PRÉCODEURS UTILISÉS

Les précodeurs étudiés ici sont basés sur l'EQMM, l'EE et la QdS. Ces solutions diffèrent uniquement par leurs stratégies d'allocation de puissance sur les b canaux indépendants.

La minimisation de l'erreur quadratique moyenne est une solution classique pour l'optimisation de systèmes MIMO [6, eq.(21)]. Les valeurs du précodeur EQMM peuvent se déterminer directement de la représentation diagonale du canal en résolvant l'équation : $f_i = \arg \min_{f_i} \sum_i E\{|y_i - s_i|^2\}$ pour $i = 1, \dots, b$ sous la contrainte de puissance. On obtient alors :

$$f_i^2 = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_i} \left(\Psi - \frac{1}{\sigma_i} \right) & \text{si } \Psi > \frac{1}{\sigma_i} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{avec } \Psi = \frac{p_0 + \sum_{i=1}^{b_\Psi} \frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{b_\Psi} \frac{1}{\sigma_i}} \quad (5)$$

où b_Ψ correspond au nombre de voies utilisées lors de la transmission. Le précodeur EQMM peut avoir une ou plusieurs valeurs de $f_i^2 = 0$ ce qui signifie que toutes les voies ne sont pas forcément utilisées pour l'émission. En effet, cette stratégie est similaire à la solution WF dans la mesure où les sous-canaux ayant les RSB les plus faibles (voies $b_\Psi + 1$ à b car les σ_i sont rangées par ordre décroissant) sont écartés pour répartir la puissance totale sur les autres sous-canaux (1 à b_Ψ), les plus favorisés. On note aussi que le débit n'est pas constant durant la transmission.

Un précodeur utile pour des systèmes nécessitant une qualité de transmission différente pour chaque voie est le critère sur la qualité de services [5]. Ce précodeur donne la possibilité de régler l'écart en dB des RSB reçus γ_i entre les voies ($\gamma_i = f_i^2 \sigma_i^2$ pour $i = 1, \dots, b$). Les coefficients du précodeur peuvent être déterminés en incluant des coefficients de pondération dans le critère de l'EQMM [5] pour garantir la contrainte de RSB sur chaque voie telle que $\gamma_i = \gamma \rho_i$ où ρ_i représente la proportion de RSB pour chaque sous-canal ($\sum_{i=1}^b \rho_i = 1$). Les valeurs de ρ_i doivent être rangées par ordre décroissant ($\rho_1 > \rho_2 > \dots > \rho_b$). On obtient alors la répartition de puissance suivante :

$$f_i^2 = \frac{p_0 \rho_i}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^b \frac{\rho_k}{\sigma_k^2}} \text{ pour } i = 1, \dots, b \quad (6)$$

Par exemple, si l'on veut garantir 3 dB d'écart entre les voies 1 et 2 pour des systèmes ayant 2 voies de données on choisira simplement les proportions $\rho_1 = 2/3$ et $\rho_2 = 1/3$.

Un cas particulier de la QdS est obtenu lorsque tous les ρ_i sont identiques. Ainsi, toutes les voies ont le même RSB (γ_i constant pour $i = 1, \dots, b$) pour donner la même probabilité d'erreur. Ce critère, nommé Erreur Egale [6, eq.(33)], permet de pallier à la disparité de la PES sur les voies comme, par exemple, l'EQMM qui peut aboutir à des PES très différentes entre les voies. À partir de (6), le précodeur EE s'écrit :

$$f_i^2 = \frac{p_0}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^b \frac{1}{\sigma_k^2}} \text{ pour } i = 1, \dots, b \quad (7)$$

Connaissant les stratégies d'allocation de puissance des différents précodeurs, on établit dans la section suivante les étapes pour déterminer les PES.

IV. LES PROBABILITÉS D'ERREUR SYMBOLE

Les PES sont calculées pour un canal MIMO décorrélé et de statistique de Rayleigh, c'est à dire que les éléments de la matrice \mathbf{H} sont supposés i.i.d. de moyenne nulle, de variance unité et de loi complexe gaussienne. Les performances sont calculées ici dans le cas d'un bruit blanc de matrice de covariance $\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_R}$.

Dans notre étude nous nous limitons à un nombre de voies égal à 2 afin de limiter la complexité. Cependant cela ne limite pas le nombre d'antennes à la réception ou à l'émission. On considère dans cette étude les systèmes (b, n_T, n_R) suivants : $(2, 2, n_R)$ ou $(2, n_T, 2)$.

Comme nous avons pu le voir précédemment, les RSB γ_i sur chaque voie dépendent des valeurs singulières du canal. Il est donc nécessaire de déterminer la loi conjointe à 2 dimensions de σ_1 et σ_2 . De la théorie des matrices aléatoires, nous pouvons utiliser la densité de probabilité des valeurs propres ordonnées de la matrice de Wishart $\mathbf{H}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} = \mathbf{H}_{v1}^* \mathbf{H}_{v1}$ [3] pour obtenir celle pour les valeurs singulières :

$$f_{\sigma_1 \sigma_2}(a, b) = \frac{4\sigma^6 (\sigma^2 ab)^{2n_s+1} (a^2 - b^2)^2 e^{-\sigma^2(a^2+b^2)}}{(n_s!)^2 (n_s + 1)} \quad (8)$$

dans le cas où $a > b > 0$ et $f_{\sigma_1 \sigma_2}(a, b) = 0$ sinon. Le paramètre n_s est égal à $n_s = \max(n_R, n_T) - b$.

A. Erreur quadratique moyenne minimale

D'après le système (4), l'allocation de puissance peut se faire entièrement sur une voie. Il faut alors calculer la frontière qui délimite l'utilisation d'une ou de deux voies. Pour que le précodeur utilise 2 voies, c'est à dire $f_2^2 \neq 0$, il faut que $\Psi > \left(\frac{1}{\sigma_2}\right)$ et $b_\Psi = 2$. De là, nous trouvons que les valeurs de σ_2 doivent vérifier la condition $\sigma_2 > \mathcal{B}(\sigma_1)$ avec

$$\mathcal{B}(\sigma_1) = \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 p_0 + 1} \quad (9)$$

Les PES par voie pour l'EQMM se décomposent alors en :

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_{11} + \bar{P}_{12} \text{ pour la voie 1} \quad (10)$$

$$\bar{P}_2 = \bar{P}_{21} + \bar{P}_{22} \text{ pour la voie 2} \quad (11)$$

où \bar{P}_{ij} est la PES moyenne de la voie i lorsque j voie(s) sont utilisée(s).

On note que la probabilité \bar{P}_{21} sera fixée à zéro car il n'y a pas d'émission sur la voie 2 lorsqu'une seule voie est utilisée. Si l'on veut garantir un débit constant durant la transmission, on pourra doubler

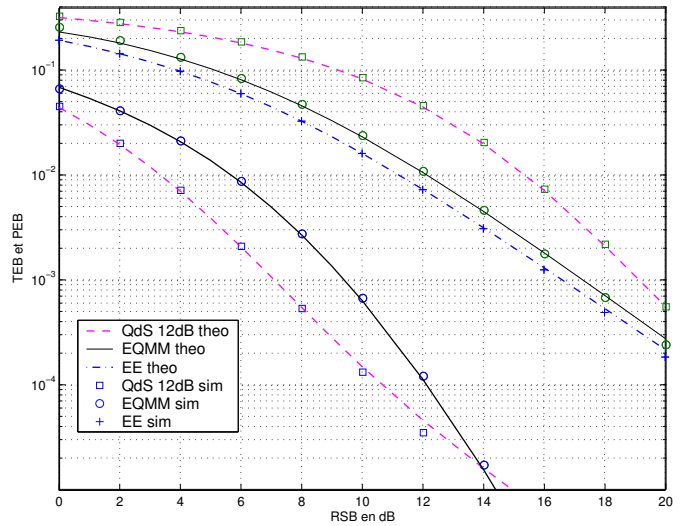


Fig. 3. Comparaison de systèmes MIMO/MAQ-4 (2,2,3) théoriques et simulés; canal de Rayleigh

le débit sur la seule voie utilisée. En terme de PES dans un canal Gaussien, pour une modulation carrée MAQ à M états, nous avons :

$$P_{11}(\sigma_1) = \alpha(M^2) \operatorname{erfc} \sqrt{\beta(M^2) p_0 \sigma_1^2} \quad (12)$$

$$P_{i2}(\sigma_1, \sigma_2) = \alpha(M) \operatorname{erfc} \sqrt{\beta(M) (f_i \sigma_i)^2} \quad (13)$$

où l'allocation de puissance f_i^2 sur les voies $i = 1, 2$ est calculée avec (4) pour $b_\Psi = 2$ (i.e., les 2 voies sont utilisées). Les paramètres de modulation $\alpha(M)$ et $\beta(M)$ sont données par : $\alpha(M) = 2(1 - 1/\sqrt{M})$ et $\beta(M) = 3/(M - 1)/2$.

Connaissant la loi conjointe des valeurs singulières, nous obtenons finalement les PES moyennées \bar{P}_{ij} suivantes :

$$\bar{P}_{11} = \int_0^\infty da P_{11}(a) \int_0^{\mathcal{B}(a)} db f_{\sigma_1, \sigma_2}(a, b) \quad (14)$$

$$\bar{P}_{i2} = \int_0^\infty da \int_{\mathcal{B}(a)}^\infty db P_{i2}(a, b) f_{\sigma_1, \sigma_2}(a, b) \quad (15)$$

B. Qualité de Service et Erreur Egale

Pour ces types d'optimisation, l'allocation de puissance se fait toujours sur les deux voies simultanément. En utilisant le même cheminement que précédemment, nous pouvons écrire les PES comme :

$$\bar{P}_1 = \int_0^\infty da \int_0^a db P_{12}(a, b) f_{\sigma_1, \sigma_2}(a, b) \text{ voie 1} \quad (16)$$

$$\bar{P}_2 = \int_0^\infty da \int_0^a db P_{22}(a, b) f_{\sigma_1, \sigma_2}(a, b) \text{ voie 2} \quad (17)$$

où P_{12} et P_{22} se calculent à l'aide de l'équation (13), en remplaçant les f_i^2 par les précodeurs correspondants.

V. PERFORMANCES

On présente dans cette section les performances des systèmes précodés MIMO à 2 dimensions suivant les critères EQMM, QdS et EE. Les PES sont évaluées d'après les équations de la section IV qui sont calculées par intégration numérique. Quelques secondes sont nécessaires pour obtenir une courbe de PES (20 points) sur un PC doté d'un processeur à 1 GHz.

Dans tous nos résultats, on rappelle que pour le système EQMM on double le débit de la voie 1 si la voie 2 n'est pas utilisée (condition $\sigma_2 < \mathcal{B}(\sigma_1)$) pour garder un débit constant durant la transmission.

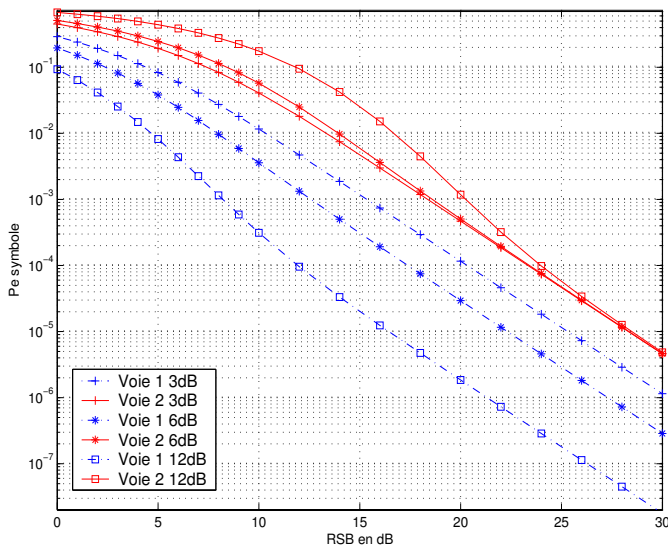


Fig. 4. PES système MIMO/MAQ-4 (2,2,3)/Solution QdS comparaison 3 dB, 6 dB et 12 dB

On note que la condition de n'utiliser qu'une seule voie est rarement satisfaite dans un canal de Rayleigh lorsque le RSB devient important. En effet la probabilité $P(\sigma_2 < B(\sigma_1))$ est inférieure à 2.4×10^{-7} pour un RSB supérieur à 20 dB.

Afin de valider nos résultats théoriques, des simulations de Monte-Carlo sont menées pour comparer la théorie avec la simulation pour un système MIMO (2,2,3) avec les précodeurs QdS, EQMM et EE. La modulation utilisée est une MAQ-4 sur chacune des voies. Le système précodé QdS est calculé pour un écart de 12 dB entre les voies. Les paramètres de la simulation sont 30000 tirages de \mathbf{H} et 100 vecteurs symboles \mathbf{s} par \mathbf{H} . La figure 3 montre la parfaite adéquation entre les simulations et les courbes théoriques et ce pour les voies 1 (les plus favorisées) et les voies 2 (les moins favorisées). Pour l'EE les voies 1 et 2 sont superposées. On vérifie bien un écart de 12 dB entre les voies pour le système QdS. D'autre part, on précise qu'en abscisse des courbes de PES le RSB est défini par p_0/σ^2 .

La figure 4 montre l'évolution des performances, sur chaque voie, du système QdS lorsque l'on change le paramètre de proportion ρ_i des voies (3 dB, 6 dB et 12 dB). On constate que les voies 2 des différents systèmes se rejoignent lorsque le RSB croît. Les voies 1 se trouvent alors translatées de l'écart en dB désiré. D'autre part, on note que pour le système QdS/12 dB, les performances de la voie 2 se trouvent nettement dégradées pour des RSB inférieurs à 22 dB par rapport aux 2 autres systèmes.

Sur la figure 5, on présente les performances pour les systèmes EQMM et QdS mais en imposant un débit différent sur chaque voie (voie 1 : MAQ-16 et voie 2 : MAQ-4). Pour le système QdS, on prend un écart entre chaque voie de 7 dB. On choisit cet écart de manière à garantir un RSB égal sur chaque voie malgré le débit différent. En effet, comme le facteur $\beta(M)$ des modulations MAQ se traduit par une translation des courbes de PES, on compense cette translation par le facteur de proportion de RSB du QdS, d'un rapport $\beta(4)/\beta(16) = 5$. Les proportions ρ_i sont donc prises égales à $\rho_1 = 5/6$ et $\rho_2 = 1/6$ (ce qui correspond à un écart de $10 \log_{10}(\rho_1/\rho_2) = 10 \log_{10}(5) \simeq 7$ dB). Nous observons bien sur la courbe de PES (figure 5) la compensation pour le système QdS. Les courbes de PES sont très proches. L'écart de 7 dB sur les ρ_i

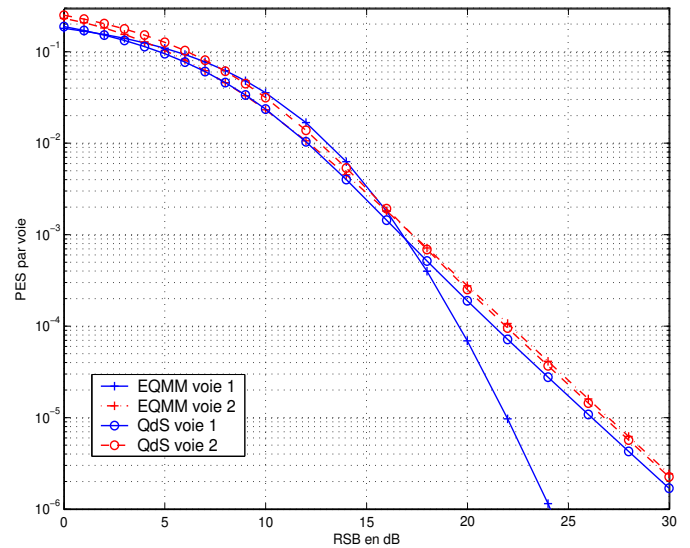


Fig. 5. PES moyen des systèmes MIMO (2,2,3), MAQ-16/MAQ-4, solutions QdS 7dB et EQMM

est légèrement trop important ; un écart de 6.5 dB donnerait des PES pratiquement identique sur les 2 voies. Pour le système EQMM, on constate que les pentes de PES sur les 2 voies sont différentes. La stratégie d'allocation de puissance de la solution EQMM devient très intéressante pour des RSB importants (supérieurs à 18 dB). La voie 2 a des PES pratiquement identiques à la solution QdS tandis que la voie 1 a des performances nettement meilleures.

VI. CONCLUSION

Cet article fournit une démarche pour calculer les performances des systèmes MIMO précodés à 2 dimensions. Ainsi, en partant de la loi conjointe des valeurs singulières de la matrice canal, les équations des probabilités d'erreur pour l'EQMM, la QdS et l'EE sont données. Ces PES évaluées numériquement permettent d'obtenir des courbes très rapidement. Il est alors facile de comparer les systèmes entre eux. Cet article montre donc un intérêt quant à l'étude préalable des systèmes MIMO précodés. Ainsi, suivant l'application considérée, le choix des précodeurs est facilité.

REFERENCES

- [1] G. J. Foschini and M. J. Gans. On limits of wireless communications in a fading multipath environment when using multiple antennas. *Wireless Pers. Commun.*, 6(3) :311-335, march 1998.
- [2] D. Gesbert, M. Shafiq, D. S. Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib. From theory to practice : An overview of MIMO space-time coded wireless systems. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 21(3) :281-302, april 2003.
- [3] A. T. James. Distributions of matrix variates and latent roots derived from normal samples. *Annals of Mathematical Statistics*, 35 :475-501, 1964.
- [4] P. Rostaing, O. Berder, G. Burel, and L. Collin. Minimum BER diagonal precoder for MIMO digital transmissions. *Signal Processing*, 82(10) :1477-1480, 2002.
- [5] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj. Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion. *IEEE Trans. Commun.*, 49(12) :2198-2206, 2001.
- [6] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannakis, and H. Sampath. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders. *IEEE Trans. Signal Processing*, 50(5) :1051-1064, May 2002.
- [7] I. E. Telatar. Capacity of multi-antenna gaussian channels. *European Transactions on Telecommunications*, 10(6) :585-595, november 1999.