HAL open science

Précodeur linéaire basé sur la distance euclidienne minimale pour systèmes de transmissions multi-antennes

Olivier Berder, Ludovic Collin, Philippe Rostaing, Gilles Burel

To cite this version:

Olivier Berder, Ludovic Collin, Philippe Rostaing, Gilles Burel. Précodeur linéaire basé sur la distance euclidienne minimale pour systèmes de transmissions multi-antennes. GRETSI 2003, Sep 2003, Paris, France. hal-03223369

HAL Id: hal-03223369

https://hal.univ-brest.fr/hal-03223369

Submitted on 11 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Précodeur linéaire basé sur la distance euclidienne minimale pour systèmes de transmission multi-antennes

Olivier BERDER, Ludovic COLLIN, Philippe ROSTAING, Gilles BUREL

LEST-UMR CNRS 6165
6 Av. Le Gorgeu, BP 809, 29285 Brest Cedex1, France
Prenom.Nom@univ-brest.fr
http://www.univ-brest.fr/lest/tst

Résumé – Nous proposons un nouveau précodeur pour les systèmes multi-antennes basé sur l'optimisation au récepteur de la distance euclidienne minimale ($\max(d_{\min})$). En faisant l'hypothèse que l'information sur l'état du canal (CSI) est disponible à l'émetteur, la structure du précodeur $\max(d_{\min})$ est obtenue pour des systèmes émettant sur deux voies de données. Pour la modulation QPSK, une recherche numérique montre que le précodeur peut prendre deux formes, en fonction des caractéristiques du canal. Des comparaisons avec des précodeurs de la littérature illustrent le gain en taux d'erreur binaire (TEB) apporté par le précodeur $\max(d_{\min})$.

Abstract – We propose a new precoder based on optimization of the minimum euclidean distance $d_{\min}$ between signal points at the receiver side and for use in multiple-input multiple-output (MIMO) spatial multiplexing systems. Assuming that channel state information (CSI) can be made available at the transmitter, an optimal $d_{\min}$ precoder ($\max(d_{\min})$) is derived in the case of two different transmitted data streams. For QPSK modulation, a numerical approach shows that the precoder design depends on the channel characteristics. Comparisons to other precoders are performed to illustrate the significant bit-error-rate improvement of the proposed precoder.

1 Introduction

Les systèmes de communication MIMO constituent depuis quelques années une solution pour augmenter considérablement l'efficacité spectrale des transmissions numériques. Dans le cas général, l'émetteur n'a aucune connaissance *a priori* sur le canal et transmet donc toute la puissance disponible de manière équirépartie sur les antennes.

Afin de garantir des transmissions fiables même en présence d'évanouissements, les codes spatio-temporels sont souvent utilisés introduisant ainsi de la diversité temporelle mais ceci au détriment de l'efficacité spectrale par rapport aux systèmes où les données sont démultiplexées directement sur les antennes.

Une alternative possible permettant de rendre fiable les transmissions tout en conservant une efficacité spectrale maximale est l'utilisation à l'émetteur et au récepteur de l'information sur l'état du canal (CSI). Ceci permet une optimisation globale du système de transmission multi-antennes. La contrepartie est que cela suppose une voie de retour (ce qui est le cas par ex. pour les systèmes en mode duplex) qui consomme un peu de bande passante et qui renvoie vers l'émetteur une estimation de la matrice de canal (*full* CSI). Ainsi plusieurs critères d'optimisation, tels que la maximisation de la capacité (WF) [1], la maximisation du RSB ($\max(\mathrm{SNR})$, appelé aussi *beamforming*) [2], la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) ou la maximisation de la plus petite valeur singulière (VS) ($\max(\lambda_{\min})$) [3, 4] sont étudiés afin de concevoir conjointement un précodeur et un décodeur. Les différentes solutions obtenues étant toutes diagonales, le précodeur diagonal optimal (D-MBER) en terme de taux d'erreur binaire a ensuite été développé dans [5, 6].

D'autre part, lorsqu'un récepteur basé sur le maximum de vraisemblance est utilisé, le critère basé sur la maximisation de la distance minimale ($\max(d_{\min})$) est particulièrement performant, et son exploitation a logiquement abouti à différentes méthodes de codage et de modulation [7] ou de sélection d'antennes [8]. Nous avons donc présenté dans [9] un précodeur réel basé sur ce critère pour des communications MIMO sur 2 voies indépendantes. La méthode proposée ci-après propose une extension au cas de coefficients complexes en utilisant un formalisme adapté. Plusieurs démonstrations mathématiques ne sont pas développées ici, mais pourront être trouvées dans [10], [11] et [12].

La section 2 présente le modèle MIMO de base incluant les matrices de précodage et décodage dans l'hypothèse CSI, ainsi que la technique de diagonalisation du système qui nous permettra dans la section 3 d'élaborer dans le cas d'un système à 2 voies de données, une forme paramétrique du précodeur basé sur la distance minimale. Dans la section 4 la solution du précodeur $\max(d_{\min})$ est déterminée par une recherche numérique dans la cas d'une modulation QPSK. Dans la section 5 des simulations sont menées montrant le gain en TEB du précodeur $\max(d_{\min})$ par rapport aux précodeurs de la littérature utilisant les mêmes connaissances *a priori*. Finalement, la section 6 présente la conclusion et les perspectives de l'étude.

2 Représentation simplifiée des systèmes MIMO

On considère un système MIMO avec n_T émetteurs et n_R récepteurs par lequel nous voulons acheminer b voies d'information indépendantes. En incluant des matrices de précodage $\mathbf{F}$ à l'émission et de décodage $\mathbf{G}$ à la réception le modèle MIMO de base peut s'écrire

$$\mathbf{y} = \mathbf{GHFs} + \mathbf{Gn}, \tag{1}$$

TAB. 1 – Etapes pour obtenir un système MIMO simplifié diagonal.

étape	i	méthode	$\boldsymbol{F}_i$	$\boldsymbol{G}_i$	$\boldsymbol{H}_{v_i}$	$\boldsymbol{R}_{v_i}$
blanchîment du bruit	1	DVP : $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{Q}_1 \boldsymbol{\Lambda}_1 \boldsymbol{Q}_1^*$	$\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{I}_{n_T}$	$\boldsymbol{G}_1 = \boldsymbol{\Lambda}_1^{-\frac{1}{2}} \boldsymbol{Q}_1^*$	$\boldsymbol{H}_{v1} = \boldsymbol{G}_1 \boldsymbol{H} \boldsymbol{F}_1$	$\boldsymbol{R}_{v1} = \boldsymbol{G}_1 \boldsymbol{R} \boldsymbol{G}_1^* = \boldsymbol{I}_{n_R}$
diagonalisation du canal	2	DVS : $\boldsymbol{H}_{v1} = \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{\Sigma}_2 \boldsymbol{B}_2^*$	$\boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{B}_2$	$\boldsymbol{G}_2 = \boldsymbol{A}_2^*$	$\boldsymbol{H}_{v2} = \boldsymbol{\Sigma}_2$	$\boldsymbol{R}_{v2} = \boldsymbol{I}_{n_R}$
réduction de dimension	3	$\boldsymbol{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\boldsymbol{F}_3 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_b \\ 0 \end{pmatrix}$	$\boldsymbol{G}_3 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_b & 0 \end{pmatrix}$	$\boldsymbol{H}_{v3} = \boldsymbol{G}_3 \boldsymbol{H}_{v2} \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{H}_v$	$\boldsymbol{R}_{v3} = \boldsymbol{R}_v = \boldsymbol{I}_b$

où $\mathbf{H}$ ($n_R \times n_T$) est la matrice de canal, $\mathbf{F}$ ($n_T \times b$) et $\mathbf{G}$ ($b \times n_R$) sont respectivement les matrices de précodage et décodage, $\mathbf{s}$ ($b \times 1$) est le vecteur de symboles émis et $\mathbf{n}$ ($n_R \times 1$) est le vecteur de bruit additif, de moyenne nulle et de matrice de covariance $\mathbf{R}$.

Notre approche est basée sur la décomposition des matrices de précodage $\mathbf{F} = \mathbf{F}_v \mathbf{F}_D$ et de décodage $\mathbf{G} = \mathbf{G}_D \mathbf{G}_v$. En trois étapes successives résumée dans le tableau 1, les matrices $\mathbf{F}_v$ et $\mathbf{G}_v$ s'obtiennent à partir du tableau 1 avec $\mathbf{F}_v = \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_3$ et $\mathbf{G}_v = \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1$ afin d'obtenir un bruit blanc virtuel $\mathbf{n}_v = \mathbf{G}_v \mathbf{n}$ de matrice de covariance $\mathbf{R}_v = \mathbf{I}_b$, ainsi qu'une matrice de canal virtuelle $\mathbf{H}_v = \mathbf{G}_v \mathbf{H} \mathbf{F}_v$ ($b \times b$) diagonale dont les éléments sont rangés par ordre décroissant et s'écrivent $\sqrt{\rho_i}$ où ρ_i est lié au rapport signal sur bruit (RSB) de la i^{e} voie [10]. Le modèle (1) devient alors

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_D \mathbf{H}_v \mathbf{F}_D \mathbf{s} + \mathbf{G}_D \mathbf{n}_v. \tag{2}$$

La forme diagonalisée (2) du système va nous permettre par la suite de formaliser plus simplement le précodeur sur la distance minimale.

Si l'on considère un récepteur basé sur le maximum de vraisemblance (MV), $\mathbf{G}_D$ n'aura pas d'influence sur les résultats et peut être choisie égale à l'identité. Il ne reste alors qu'à développer $\mathbf{F}_D$ selon $\max(d_{\min})$ pour optimiser la transmission en respectant une contrainte sur la puissance moyenne à l'émission :

$$trace\{\mathbf{F}_D \mathbf{F}_D^*\} = p_0. \tag{3}$$

On note que la contrainte (3) de puissance moyenne totale est équivalente à $trace\{\mathbf{F}\mathbf{F}^*\} = p_0$ car la matrice $\mathbf{F}_v$ est unitaire.

3 Élaboration du précodeur basé sur la distance minimale

La maximisation de la distance minimale entre les symboles de la constellation reçue constitue un critère pertinent pour l'optimisation des systèmes MIMO, en particulier lorsque l'on utilise un récepteur MV [3, 8]. Le carré de cette distance minimale s'écrit

$$d_{min}^2 = \min_{\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_l \in \mathcal{S}, \mathbf{s}_k \neq \mathbf{s}_l} \| \mathbf{H}_v \mathbf{F}_D (\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_l) \|^2 \tag{4}$$

où $\mathcal{S}$ représente l'ensemble de tous les vecteurs émis possibles.

En considérant $b = 2$ voies de transmission, le canal virtuel $\mathbf{H}_v$ peut s'écrire

$$\mathbf{H}_v = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\rho_2} \end{pmatrix} = \sqrt{2\rho} \begin{pmatrix} \cos\gamma & 0 \\ 0 & \sin\gamma \end{pmatrix} \tag{5}$$

où $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ et γ est un angle caractéristique du canal $\mathbf{H}_v$.

Après avoir adopté une représentation paramétrique et réalisé la décomposition en valeurs singulières (DVS) de la matrice de précodage $\mathbf{F}_D$, on montre que la décomposition suivante [12]

$$\mathbf{F}_D = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 \\ 0 & \sin\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi} \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$\text{pour } 0 \leq \theta \leq \pi/4,\ 0 \leq \varphi \leq \pi/2 \text{ et } 0 \leq \psi \leq \pi/4 \tag{7}$$

garantit d'avoir les valeurs singulières (VS) de $\mathbf{H}_v \mathbf{F}_D$ les plus grandes possibles. On peut remarquer que la contrainte de puissance (3) se trouve directement intégrée dans (6).

L'équation (6) est vraie quelle que soit la constellation présentant des symétries habituelles (*e.g.*, de type QAM) et pour n'importe quel critère d'optimisation. Le problème consiste maintenant à optimiser les angles ψ, θ et φ pour un canal γ donné, de façon à obtenir le précodeur $\max(d_{\min})$ fournissant la distance minimale (4) la plus grande possible.

La décomposition de $\mathbf{F}_D$ sous la forme (6) permet d'observer le rôle des différents angles. L'angle ψ répartit la puissance entre les 2 canaux virtuels de la même façon que les stratégies d'allocation de puissance présentées dans [3, 4, 13] obtenues pour différents critères comme le MMSE, WF et $\max(\lambda_{\min})$. Il en est de même pour le précodeur D-MBER [5]. Ces précodeurs sont dits « diagonaux » car la matrice $\mathbf{F}_D$ est tout simplement diagonale. La principale différence de (6) par rapport aux précodeurs diagonaux est la présence des angles θ et φ. Les angles θ et φ correspondent respectivement à un facteur homothétique et à une rotation sur des constellations.

La forme paramétrique (6) est très générale car elle permet de retrouver les précodeurs de la littérature basés sur les stratégies d'allocation de puissance en prenant $\theta = 0$ et $\varphi = 0$. Par exemple, on peut notamment remarquer que (6) permet d'obtenir directement le précodeur $\max(\lambda_{\min})$. Il suffit pour cela d'assurer l'égalité des VS de $\mathbf{H}_v \mathbf{F}_D$, ce qui amène à la relation $\cos\gamma \cos\psi = \sin\gamma \sin\psi$ (*i.e.*, $\tan\psi = 1/\tan\gamma$). Les angles θ

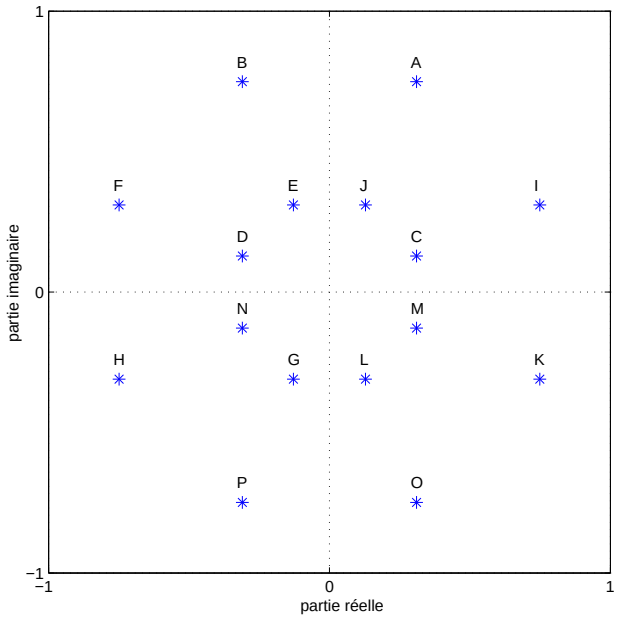

FIG. 1 – Constellation reçue de la première voie virtuelle en utilisant le précodeur F_{octo} et une modulation QPSK.

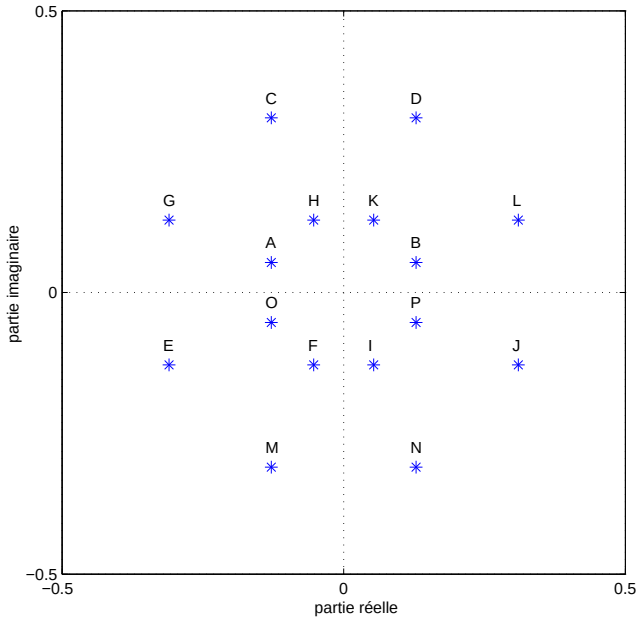

FIG. 2 – Constellation reçue de la deuxième voie virtuelle en utilisant le précodeur F_{octo} et une modulation QPSK.

et φ n'ont pas d'impacts sur les VS et peuvent être choisis égaux à zéro. D'après (5) on a $\tan\gamma = \sqrt{\rho_2/\rho_1}$ et en utilisant $\tan\psi = 1/\tan\gamma$ on obtient le précodeur $\mathbf{F}_D\ \max(\lambda_{\min})$

$$F_{\max(\lambda_{\min})} = \sqrt{p_0}\begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1+\rho_2}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_1+\rho_2}} \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

D'autre part, ce précodeur est équivalent au précodeur qui garantit un TEB équivalent sur les voies (précodeur « equal-error » [4]). En effet, le RSB par voie η au niveau du récepteur est alors identique et est donné par $SNR(\mathbf{F}_D, \mathbf{H}_v) = \mathbf{H}_v\mathbf{F}_D\mathbf{F}_D^*\mathbf{H}_v = \eta\mathbf{I}_2$ avec $\eta = p_0\rho_1\rho_2/(\rho_1+\rho_2)$.

4 Précodeur $\max(d_{\min})$pour modulation QPSK

L'optimisation de (4) dépend du type de modulation choisie et une solution analytique pour trouver les angles ψ, θ et φ dans (6) reste difficile. Ainsi, pour contourner ce problème on a recours à une recherche numérique exhaustive. La forme paramétrique (6) facilite énormément cette recherche, d'autant plus que les domaines de validité des angles (7) sont bien définis. Dans le cas d'une modulation QPSK, une recherche numérique révèle que l'expression du précodeur dépend de l'angle γ du canal. En dessous du seuil $\gamma_0 \simeq 17,28\,^\circ$, *c-à-d* lorsque les RSB respectifs des deux voies virtuelles sont éloignés ($\rho_1/\rho_2 > 1/\tan^2\gamma_0 \simeq 10.33$), le précodeur fait en sorte que le système n'utilise que la voie virtuelle la plus favorisée, et a pour expression

$$\mathbf{F}_{r1} = \sqrt{p_0}\begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{6}} & \sqrt{\frac{3-\sqrt{3}}{6}}e^{j\frac{\pi}{12}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (9)$$

La constellation reçue (*i.e.*, $\mathbf{H}_v\mathbf{F}_D\,\mathbf{s}_k$ avec $\mathbf{s}_k \in \mathcal{S}$) sur la voie la plus favorisée ressemble à une MAQ-16 tournée de 15 $^\circ$. Physiquement, l'émetteur et le récepteur utilisent cependant toutes les antennes.

En revanche lorsque les voies sont proches en terme de RSB (*i.e.*, $\gamma > \gamma_0$ ou $\rho_1/\rho_2 < 10.33$), le précodeur effectue des rotations de telle sorte que les constellations reçues prennent la forme d'un octogone, et il s'exprime

$$\mathbf{F}_{octo} = \sqrt{p_0}\begin{pmatrix} \cos\psi & 0 \\ 0 & \sin\psi \end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1+j \\ -\sqrt{2} & 1+j \end{pmatrix} \qquad (10)$$

avec $\tan\psi = (\sqrt{2}-1)/\tan\gamma$. Lorsque l'on s'attarde sur les constellations reçues, illustrées par les figures 1 et 2, on observe que la solution est astucieuse puisque deux points voisins sur une des constellations se retrouvent éloignés sur la deuxième.

5 Résultats de simulation

Afin de prouver l'intérêt de notre précodeur en terme de TEB, nous le comparons dans cette section avec les précodeurs de la littérature évoqués précédemment (D-MBER, $\max(\lambda_{\min})$, $\max(\text{SNR})$, MMSE et WF). Le système MIMO considéré comporte $n_T = 3$ émetteurs et $n_R = 3$ récepteurs, mais l'information emprunte seulement $b = 2$ voies indépendantes. La modulation utilisée est une QPSK sauf pour le précodeur $\max(\text{SNR})$ qui utilise une QAM-16 afin de garder un débit équivalent puisqu'il il n'utilise qu'une voie de données. Le modèle de canal utilisé est i.i.d. à évanouissements de Rayleigh, et est tiré aléatoirement tous les 100 vecteurs symboles (20 000 tirages). On utilise un récepteur MV et on suppose une parfaite connaissance CSI au récepteur et à l'émetteur. Le rapport signal sur bruit est donné par $RSB = p_0/\sigma^2$ où $\mathbf{R} = \sigma^2\mathbf{I}_3$. La figure 3 montre bien le gain attendu en terme de distance minimale par rapport aux autres précodeurs. On note que la distance minimale du précodeur $\mathbf{F}_{r1}$ est proche de celle du $\max(\text{SNR})$ car les stratégies de ces 2 précodeurs sont similaires ; ils transmettent toute l'information sur la voie virtuelle la plus favorisée. Le précodeur $\mathbf{F}_{r1}$ est légèrement supérieur en terme de $d_{\min}$ car il autorise une rotation pour augmenter cette dernière. Le gain sur la distance minimale du précodeur $\max(d_{\min})$ par

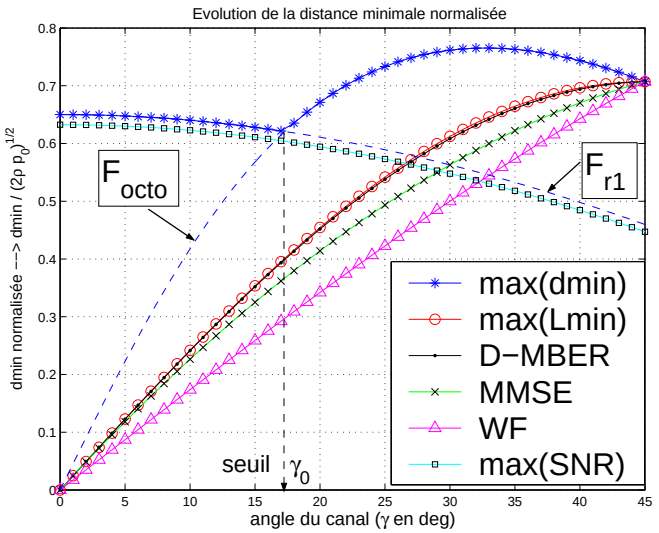

FIG. 3 – Comparaison du précodeur $\max(d_{\min})$ avec les précodeurs $\max(\text{SNR})$, D-MBER, MMSE, $\max(\lambda_{\min})$ et WF en terme de $d_{\min}$

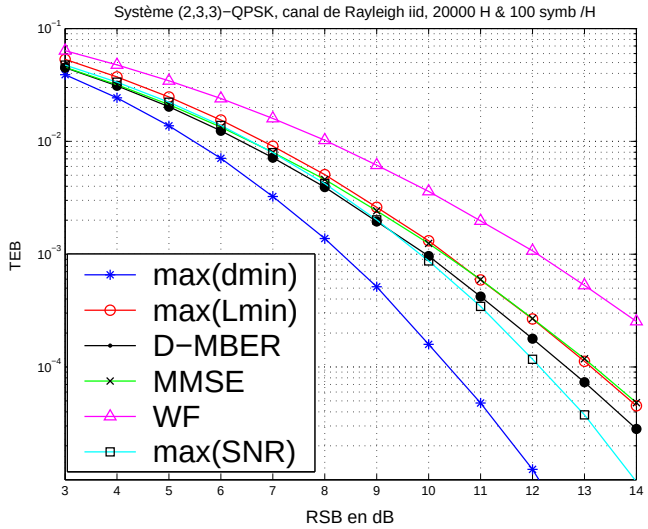

FIG. 4 – Comparaison du précodeur $\max(d_{\min})$ avec les précodeurs $\max(\text{SNR})$, D-MBER, MMSE, $\max(\lambda_{\min})$et WF en terme de TEB

rapport aux autres précodeurs se répercute en terme de TEB sur la figure 4, améliorant ainsi nettement les performances des systèmes MIMO. Dans [12], d'autres simulations sont menées avec CSI imparfaite montrant que la solution $\max(d_{\min})$ reste robuste.

D'autre part, on constate pour un système $(n_T, n_R) = (3, 3)$ que les statistiques des VS de $\mathbf{H}_v$ sont telles que la solution du précodeur $\mathbf{F}_{octo}$ est choisi à 97.2%. Cela correspond à des VS rapprochées (*i.e.*, $\gamma > \gamma_0$). D'une manière générale plus le nombre d'antennes (n_T, n_R) est important plus le précodeur aura tendance à ne sélectionner que la solution $\mathbf{F}_{octo}$.

6 Conclusion

Nous avons introduit dans cet article un nouveau précodeur linéaire basé sur la maximisation de la distance minimale. Grâce à une représentation du système MIMO sous forme paramétrique, nous avons obtenu une expression particulièrement simple de ce précodeur, qui s'écrit sous deux formes distinctes selon les caractéristiques du canal utilisé (*i.e.*, angle γ du canal). Des comparaisons avec d'autres précodeurs de la littérature ont montré une nette amélioration en terme de TEB. Le précodeur $\max(d_{\min})$ est développé pour une QPSK et pour deux voies de données indépendantes, mais le nombre d'antennes émettrices et réceptrices n'est pas limité à 2 (*i.e.*, $2 \leq \min(n_T, n_R)$). L'expression paramétrique (6) du précodeur reste valable pour une taille de constellation plus grande mais cela nécessite une nouvelle recherche numérique. Une solution analytique pour résoudre ce problème d'optimisation reste un problème ouvert. Le formalisme utilisé ici est basé sur les fonctions $\sin$ et $\cos$ et n'est valable que pour la dimension 2 (*i.e.*, $b = 2$) et ne peut pas s'appliquer directement pour une dimension supérieure. À la vue de ces résultats très encourageants, il serait intéressant d'étendre l'étude pour $b > 2$.

Références

[1] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank. Space-time codes for high data rate wireless communication : Performance criterion and code construction. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44 :744–765, march 1998.

[2] Petre Stoica and Girish Ganesan. Maximum-SNR spatial-temporal formatting designs for MIMO channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(12) :3036–3042, december 2002.

[3] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannakis, and H. Sampath. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(5) :1051–1064, may 2002.

[4] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj. Optimum precoder and equalizer designs for fixed rate MIMO systems. In *Proceedings of IEEE ISPACS*, Honolulu, Hawaii, USA, november 5-8, 2000.

[5] P. Rostaing, O. Berder, G. Burel, and L. Collin. Minimum BER diagonal precoder for MIMO digital transmissions. *Signal Processing*, 82(10) :1477–1480, october 2002.

[6] O. Berder, P. Rostaing, L. Collin, and G. Burel. Minimum BER diagonal precoder for MIMO systems. In *IEEE Communications 2002*, pages 160–165, Bucarest, Roumanie, december 2002.

[7] J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello, and J.C. Belfiore. Good lattice constellations for both rayleigh fading and gaussian channels. *IEEE Trans. on Information Theory*, 42 :502–518, march 1996.

[8] R. W. Heath and A. Paulraj. Antenna selection for spatial multiplexing systems based on minimum error rate. In *Proceedings of ICC 2001*, Helsinki, Finland, june 11-14 2001.

[9] L. Collin, P. Rostaing, O. Berder, and G. Burel. Soft vs. hard antenna selection based on minimum distance for MIMO systems. In *Proceedings of Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove (CA), USA, november 3-6 2002.

[10] O. Berder. *Optimisation et stratégies d'allocation de puissance des systèmes de transmission multi-antennes.* PhD thesis, Université de Bretagne Occidentale, décembre 2002.

[11] L. Collin. *Optimisation de systèmes multi-antennes basée sur la distance minimale.* PhD thesis, Université de Bretagne Occidentale, décembre 2002.

[12] L. Collin, O. Berder, P. Rostaing, and G. Burel. Optimal minimum distance based precoder for MIMO spatial multiplexing systems. *Accepté dans IEEE Transactions on Signal Processing, Special Issues on Signal Processing for MIMO Wireless Communication Systems*, 2003.

[13] I. E. Telatar. Capacity of multi-antenna gaussian channels. *European Transactions on Telecommunications*, 10(6) :585–595, 1999.